

# Usted es desafinado (parte 1 de 2)

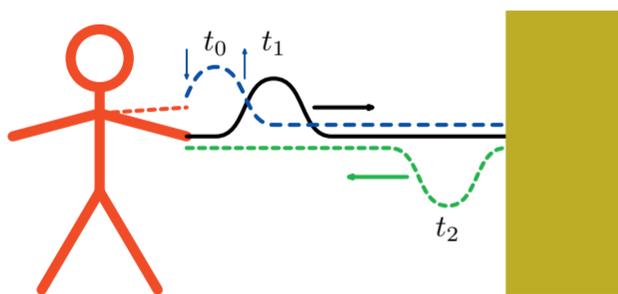
W. Luis Mochán

Instituto de Ciencias Físicas de la UNAM y Academia de Ciencias de Morelos

Sí, leyó bien, usted es desafinado. No, no pretendo agredirlo, sólo digo las cosas como son. Claro, usted tiene razón, yo no lo conozco y menos aún le he escuchado. Pero igual, lo sé. Que ¿cómo lo sé? Porque yo también soy desafinado. De hecho, todos somos desafinados, toda la humanidad y todos los instrumentos musicales. No, no es que yo sea un críticón, amargado, incapaz de disfrutar la música. Esto no es un asunto de gustos ni de percepciones subjetivas. Estoy hablando de hechos objetivos, que se pueden demostrar *matemáticamente*. ¿Me tendría paciencia? Entonces déjeme explicarle.

Lo que voy a contarle no es del todo apegado a la verdad histórica. Voy a tratar de resumir para Ud. el problema de la afinación y del llamado temperamento de la escala. Ésta es una historia que empezó en la antigua Grecia con Pitágoras, pero emplearé el lenguaje de la física ondulatoria y los conocimientos sobre acústica desarrollados desde el siglo XIX y expuestos por el físico y médico alemán Hermann von Helmholtz en su maravilloso libro, *Sobre la Sensación del Tono* [1]. No, no se espante. Para entenderme le bastará recordar la aritmética de quebrados, multiplicar y restar fracciones.

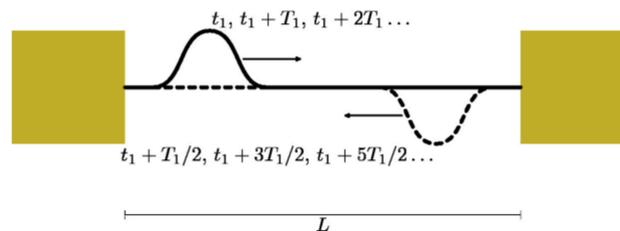
Para empezar, consiga una cuerda, amarre uno de sus extremos a un muro, un poste, un árbol o cualquier otro objeto, manténgala tensa jalando su otro extremo y sacúdala con un movimiento abrupto hacia arriba y hacia abajo. Observe lo que sucede (ver fig. 1). Notará que se genera un pulso que recorre la cuerda hasta llegar al extremo fijo, donde se refleja invirtiendo su dirección y la velocidad de su recorrido, viajando ahora de regreso hasta llegar a nuestra mano. La rapidez  $V$  con la que se mueve el pulso es independiente de la velocidad con que movemos la mano al excitarlo y resulta depender únicamente de la tensión de la cuerda y de su masa por unidad de longitud, la cual depende de su composición y de su grosor. Mientras más tensa o más delgada sea la cuerda, más rápidamente la recorrerá el pulso.



**Fig. 1.** Cuerda tensa y fija en su extremo derecho. Al desplazar el extremo izquierdo hacia arriba y luego hacia abajo se genera un pulso (línea azul a trazos largos) que se propaga (línea negra) hacia la derecha (flecha negra) sin deformarse conforme avanza el tiempo. Al llegar al extremo fijo, el pulso se refleja (línea verde a trazos cortos) y se propaga hacia la izquierda (flecha verde). Aunque el pulso se mueve hacia la derecha e izquierda, las partículas de la cuerda se mueven hacia arriba y hacia abajo (flechas azules). Los diagramas correspondientes a distintos tiempos  $t_0 < t_1 < t_2$  están ligeramente desplazados verticalmente.

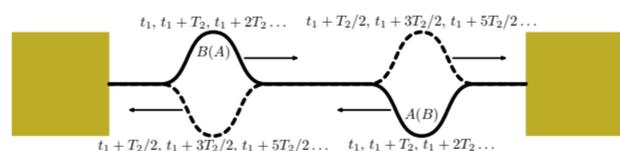
Si la cuerda se hallase fija en su extremo izquierdo además del derecho, el pulso se volvería a reflejar al llegar a éste y quedaría atrapado entre los dos extremos, yendo y viniendo en un movimiento periódico que se repetiría cada vez que transcurriera cierto *periodo*  $T_1 = 2L/V$ , donde  $L$  es la longitud de la cuerda (ver fig. 2). El número  $f_1$  de oscilaciones de la cuerda por

unidad de tiempo, su *frecuencia*, es simplemente el inverso del periodo,  $f_1 = 1/T_1 = V/2L$ . Las unidades usuales para medir la frecuencia se llaman Hertz, en honor al físico alemán Heinrich Hertz quien confirmó experimentalmente la existencia de ondas electromagnéticas, y se abrevia como Hz. Por definición, 1Hz significa una oscilación por cada segundo.



**Fig. 2.** Cuerda de longitud  $L$  fija en sus dos extremos y tensa. Un pulso que la recorre con velocidad  $V$  sufre una reflexión en cada extremo y repite su recorrido cada periodo  $T_1$ , dando origen a una vibración con frecuencia  $f_1$ . Se muestra la cuerda en ciertos tiempos  $t = t_1, t_1 + T_1, t_1 + 2T_1 \dots$  (línea continua) y también medio periodo después (línea a trazos).

El periodo de oscilación de la cuerda podría ser más corto que el tiempo  $T_1$  en que un pulso va y viene, como muestra la fig. 3, donde dos pulsos  $A$  y  $B$  recorren la misma cuerda de forma que cuando el pulso  $A$  inicia el regreso el pulso  $B$  inicia la ida. Transcurrido un tiempo  $T_2 = T_1/2$ , el pulso  $A$  se habrá reflejado en el extremo izquierdo, tomando el lugar previamente ocupado por  $B$ , mientras que el pulso  $B$  se habrá reflejado en el extremo derecho, tomando el lugar que ocupaba  $A$ . Así, la cuerda recuperará su forma inicial cada vez que transcurra un tiempo  $T_2$ . Esto significa que la misma cuerda puede oscilar tanto con la frecuencia  $f_2 = 2f_1$  como con la frecuencia original  $f_1$ . Los físicos llamamos a  $f_1$  la *frecuencia fundamental* de la cuerda, o equivalentemente, su *primer armónico*, mientras que  $f_2$  se conoce como su *segundo armónico* (nota: los músicos usan otra nomenclatura y llaman a  $f_2$  el primer armónico).

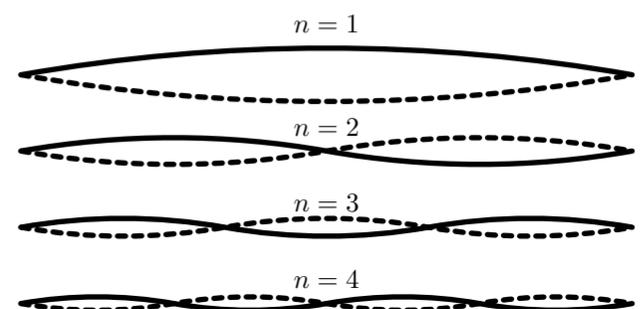


**Fig. 3.** Cuerda donde se han generado dos pulsos ( $A$  y  $B$ ). Cada pulso tarda un tiempo  $T_1$  en dar una vuelta completa, pero el pulso  $A$  sustituye a  $B$  y viceversa cuando transcurre un tiempo  $T_2 = T_1/2$ , recuperándose la forma de la cuerda. Se muestra la cuerda en ciertos tiempos  $t = t_1, t_1 + T_2, t_1 + 2T_2 \dots$  (línea continua) y también medio periodo después (línea a trazos).

¿Que me equivoqué pues los pulsos  $A$  y  $B$  chocarían uno con el otro al llegar a la mitad de la cuerda? No, no me equivoqué. Cuando dos ondas pasan por el mismo lugar simplemente se suman y luego emerge cada una como si la otra no existiera. Típicamente, las ondas son transparentes a otras ondas y no chocan entre sí.

Una cuerda tiene muchos otros armónicos con frecuencias  $f_n = nf_1$ , donde  $n = 1, 2, 3, 4 \dots$  es un entero positivo cualquiera. La fig. 4 ilustra algunas de las oscilaciones correspondientes para el caso de los llamados *modos estacionarios* descritos por funciones trigonométricas de la posición y del tiempo. La importancia de éstos es que cualquier vibración de la cuerda, no importando qué tan complicada sea, puede escribirse como una simple suma de ellos. Al inicio del siglo XIX el físico francés Jean Baptiste Joseph Fourier desarrolló el *análisis de Fourier*

para reducir problemas complejos a problemas simples con ondas como las de la fig. 4. Cuando pulsamos con la uña una cuerda de guitarra, o cuando golpeamos con un *martinete* una cuerda de piano, generamos una nota musical que contiene muchos modos de vibración, es decir, sonidos con muchas frecuencias distintas. La fundamental es la responsable del *tono* de la nota; mientras más alta esta frecuencia, más agudo escuchamos el sonido. Los armónicos son los responsables del *timbre* del sonido, mismo que nos permite distinguir un instrumento musical de otro. Para familiarizarse con los armónicos, pida a un amigo guitarrista que le muestre el tono fundamental de alguna cuerda cualquiera de su guitarra, haciéndola vibrar al aire. Luego, pídale que le muestre el segundo, tercer y cuarto armónico rozando la cuerda momentáneamente con el dedo índice de su mano izquierda muy ligeramente en su centro (traste 12), en su tercera parte (traste 7) y en su cuarta parte (traste 5) mientras pulsa la cuerda con el dedo índice de su mano derecha.



**Fig. 4.** Primeros modos estacionarios de oscilación de una cuerda fija en sus dos extremos. Se muestra la cuerda (línea continua) en un tiempo dado y medio periodo después (línea a trazos).

Quizás le he cansado con esta introducción a la relación entre geometría, tonos y timbres musicales, de forma que lo dejaré meditar en el asunto y la próxima semana le explicaré cómo sé que Ud. es desafinado.

Bibliografía

[1] Hermann von Helmholtz, *On the Sensation of Tone* (Dover Publications, 2nd ed., 1954).

## CARTELERA CINES

VIGENCIA DEL VIERNES 02 AL JUEVES 08 DE SEPTIEMBRE DE 2011

### DIANA

EL PLANETA DE LOS SIMIOS ING 11:30 / 14:00 / 16:15 / 18:30 / 20:45 / 23:00  
 EL ENCANTO DE LA BESTIA 12:35 / 14:35 / 16:30 / 18:35 / 20:55 / 22:55  
 MEDIA NOCHE EN PARIS 11:15 / 15:45 / 20:10  
 LOCO Y ESTUPIDO AMOR 13:10 / 17:45 / 22:10  
 DAMAS EN GUERRA PRE ESTRENO LUNES Y MARTES 20:10 / 22:15  
 AMIGOS CON BENEFICIOS PRE ESTRENO JUEVES 20:10 / 22:15  
 COWBOYS AND ALIENS ESP 11:00 / 13:35 / 16:00 / 18:20  
 COWBOYS AND ALIENS ING 20:40 / 23:00  
 EL REY LEON 3D 12:20 / 14:20 / 16:40 / 18:50 / 21:00 / 22:50  
 LINTERNA VERDE 3D ESP 17:15 / 19:50 / 22:20  
 EL REY LEON 3D 11:00 / 13:00 / 15:00  
 EL PLANETA DE LOS SIMIOS ESP 11:00 / 13:20 / 15:40 / 18:00 / 20:20 / 22:40  
 LOS PITUFOS 3D ESP (EN 2D) 11:05 / 13:25 / 15:30 / 17:50 / 20:00 / 22:15  
 EL PLANETA DE LOS SIMIOS ESP 12:10 / 14:30 / 16:50 / 19:10  
 ASI SE SIENTE EL AMOR 21:30  
 AMAR NO ES QUERER 11:10 / 13:15 / 15:25 / 17:30 / 19:35 / 21:50  
 EL AMOR LLAMA DOS VECES 11:20 / 13:30 / 15:55 / 18:10 / 20:30 / 22:50  
 PAUL ING 11:45 / 13:55 / 16:10 / 18:20 / 20:35 / 22:45

### JACARANDAS

LOS PITUFOS 3D ESP (FUNCIONES EN 2D) 11:00 / 13:10 / 15:20 / 17:30 / 19:40 / 22:10  
 EL PLANETA DE LOS SIMIOS ING 11:30 / 13:50 / 16:10 / 18:30 / 20:45 / 23:00  
 LINTERNA VERDE 3D ESP (FUNCIONES EN 2D) 11:50 / 14:15 / 16:45 / 19:15 / 21:40  
 COWBOYS AND ALIENS ESP 11:40 / 14:10 / 16:40 / 19:20 / 21:50  
 EL PLANETA DE LOS SIMIOS ESP 11:00 / 13:20 / 15:40 / 18:00 / 20:20 / 22:40  
 LOCO Y ESTUPIDO AMOR 11:25 / 13:55 / 16:20 / 18:45 / 21:15  
 DAMAS EN GUERRA PRE ESTRENO LUNES Y MARTES 18:45 / 21:15  
 AMIGOS CON BENEFICIOS PRE ESTRENO JUEVES 18:45 / 21:15  
 EL PLANETA DE LOS SIMIOS ESP 12:10 / 14:30 / 16:50 / 19:10 / 21:30  
 EL AMOR LLAMA DOS VECES 11:05 / 13:15 / 15:25 / 17:35 / 19:50 / 22:00  
 PAUL ESP 11:20 / 13:40 / 15:55 / 18:15 / 20:30 / 22:45  
 AMAR NO ES QUERER 11:15 / 13:30 / 15:45 / 17:55 / 20:10 / 22:20

### CINEMEX CUAUTLA

LOS PITUFOS 12:10  
 COWBOYS AND ALIENS ING 14:20 / 16:50 / 19:10 / 21:30  
 LINTERNA VERDE 3D ESP FUNCIONES EN 2D 12:15 / 14:40 / 17:10 / 19:30 / 22:00  
 AMAR NO ES QUERER 12:00 / 14:00 / 15:00 / 17:00 / 19:00 / 21:00 / 23:00  
 COWBOYS AND ALIENS ESP 11:10 / 13:30 / 16:00 / 18:20 / 20:40 / 23:05  
 EL PLANETA DE LOS SIMIOS ESP 12:05 / 14:15 / 16:25 / 18:35 / 20:45 / 22:55  
 EL PLANETA DE LOS SIMIOS ESP 11:00 / 13:10 / 15:20 / 17:30 / 19:40 / 21:50  
 EL PLANETA DE LOS SIMIOS ING 11:30 / 13:40 / 15:50 / 18:00 / 20:10 / 22:20  
 LOS PITUFOS 3D ESP FUNCIONES EN 2D 11:25 / 13:35 / 15:40 / 17:50 / 20:00 / 22:10  
 PERRAS 11:15  
 LOCO Y ESTUPIDO AMOR 13:15 / 15:35 / 18:05 / 20:25 / 22:45  
 DAMAS EN GUERRA PRE ESTRENO LUNES Y MARTES 20:25 / 22:45  
 AMIGOS CON BENEFICIOS PRE ESTRENO JUEVES 20:25 / 22:45  
 MEDIA NOCHE EN PARIS 13:20 / 15:25 / 17:20 / 19:20 / 21:20  
 LINTERNA VERDE ESP 11:05  
 EL AMOR LLAMA DOS VECES 11:40 / 13:50 / 15:55 / 17:55 / 19:55 / 21:55  
 EL ENCANTO DE LA BESTIA 12:20 / 14:10 / 16:10 / 18:10 / 20:05 / 22:05