

Matemáticas, Opiniones y Elecciones

W. Luis Mochán Backal

Instituto de Ciencias Físicas, UNAM

Quinto poder:

Las encuestas y la construcción social del ganador

Colegio de México, Cd. de México, 27 de marzo de 2012



Y yo... ¿por qué?

Curándome en salud

- Física, óptica no lineal, nano-metamateriales, cristales fotónicos...

- Elecciones 2006.
- Broma (98) y matemáticas electorales (09).
- Estudio manipulabilidad o influenciabilidad.

PHYSICAL REVIEW B **85**, 125418 (2012)

Birefringent nanostructured composite materials

Bernardo S. Mendoza

Department of Photonics, Centro de Investigaciones en Optica, León, Guanajuato, México

W. Luis Mochán

le Ciencias Físicas, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 48-3, 62251 Cuernavaca, Morelos

(Received 30 November 2011; revised manuscript received 31 January 2012; published 14 March 2012)

We use a very efficient recursive method to calculate the effective optical response of materials made up of arbitrarily shaped dielectric inclusions arranged in periodic 2D arrays within a metal matrix with a lattice constant much smaller than the wavelength of the incident light, so that we may neglect retardation. The starting point of the calculation is a digitized image of the system. The geometrical shape of the inclusions and their orientation in the 2D array induce a birefringent optical response of the whole metamaterial that can be tailored to specific needs.

DOI: [10.1103/PhysRevB.85.125418](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.125418)

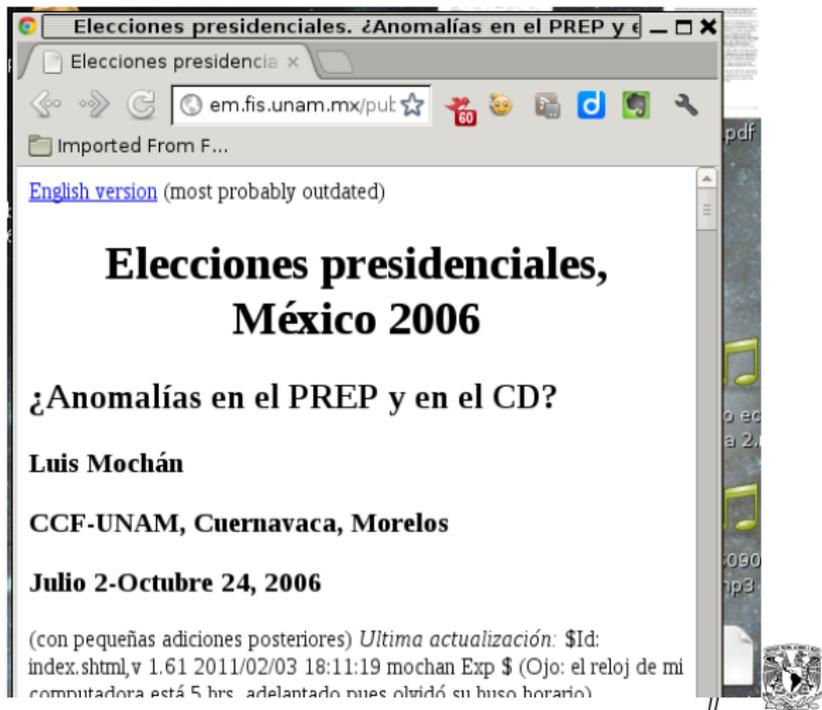
PACS number(s): 78.67.Bf, 77.22.Ch, 78.20.Ci, 78.20.Bh



Y yo... ¿por qué?

Curándome en salud

- Física, óptica no lineal, nano-metamateriales, cristales fotónicos...
- Elecciones 2006.
- Broma (98) y matemáticas electorales (09).
- Estudio *manipulabilidad o influenciabilidad.*



The screenshot shows a web browser window with the following content:

- Browser title: Elecciones presidenciales. ¿Anomalías en el PREP y en el CD?
- Address bar: em.fis.unam.mx/puk
- Page content:
 - English version (most probably outdated)
 - Elecciones presidenciales, México 2006**
 - ¿Anomalías en el PREP y en el CD?**
 - Luis Mochán**
 - CCF-UNAM, Cuernavaca, Morelos**
 - Julio 2-October 24, 2006**
 - (con pequeñas adiciones posteriores) Última actualización: \$Id: index.shtml,v 1.61 2011/02/03 18:11:19 mochan Exp \$ (Ojo: el reloj de mi computadora está 5 hrs. adelantado pues olvidó su huso horario)

Y yo... ¿por qué?

Curándome en salud

- Física, óptica no lineal, nano-metamateriales, cristales fotónicos...
- Elecciones 2006.
- Broma (98) y matemáticas electorales (09).
- Estudio *manipulabilidad o influenciabilidad.*

34 | Lunes 22 de Junio de 2009 | CIENCIA

ACADEMIA DE CIENCIAS DE MORELOS, A.C.

La Ciencia, desde Morelos para el mundo

Todos los artículos publicados en esta sección de La Unión de Morelos han sido revisados y aprobados por el comité editorial de Morelos, A.C., cuyos integrantes son: Dr. Enrique Galindo Ferrerías (Coordinador), Dr. Edmundo Calva, Dr. Hernán Larralde, Dr. Sergio...
¿Comentarios y sugerencias? ¿Preguntas sobre temas científicos? CONTACTANOS: edacmor@ibt.unam.mx

W. Luis Mochán
Instituto de Ciencias Físicas,
UNAM Campus Morelos
Miembro de la Academia de
Ciencias de Morelos A. C.

Matemáticas Electorales

La siguiente carta fue interceptada por nuestro servicio de detectives. La publicamos en este medio para advertir a los lectores sobre su contenido y significado. Sin embargo, para proteger la privacidad de los involucrados, se han eliminado sus nombres verdaderos, el puesto al que aspiran y el municipio donde se llevó a cabo el estudio que sigue. Se recomienda que el lector haga sus propias cuentas para verificar la exactitud del análisis de los resultados.

Lic. Eudoxio Encues Tabas
Investigación de Mercados y
Sondeos de Opinión

Lic. Godofredo Conta Bais
Presidente
Instituto Electoral de San Indalecio de Arriba

Distinguido Lic. Conta Bais,
De acuerdo a sus precisas instrucciones hemos realizado un sondeo de opinión entre los habitantes de San Indalecio de Arriba en cuanto a los candidatos a ocupar el puesto de burgomaestre. Ponemos a su apreciable consideración los resultados, resumidos en la siguiente tabla.

Preferencias electorales de los habitantes de...
A B C D Primera Opción
D D B C Segunda Opción

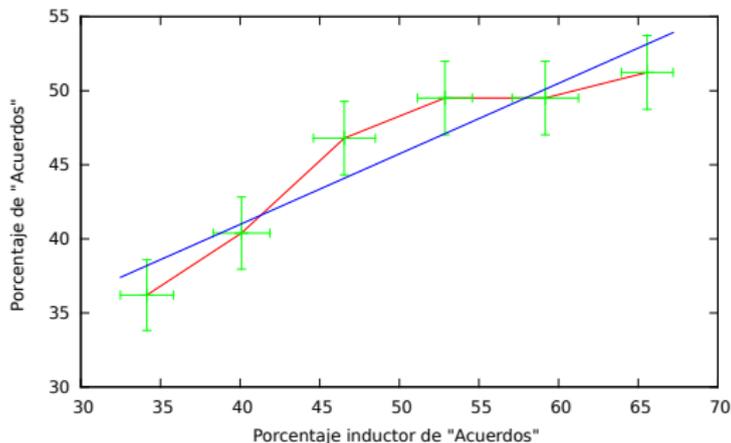
Dada la tabla de preferencias ¿podría Ud. decir cuál de los cuatro candidatos A, B, C o D debería ganar en unas elecciones REALMENTE democráticas, dadas las preferencias de la población resumidas en la tabla? La absurda situación descrita en la carta anterior es sólo un ejemplo de lo complicado que puede ser definir la preferencia de una sociedad a partir de las preferencias de sus miembros. Si, por ejemplo, alguien argumentara que en una votación representativa A debe ganar pues tiene más adeptos que los demás, como muestra la primera columna de la tabla, alguien más podría contra-argumentar que A debe perder pues la mayor parte de la gente lo detesta, como muestra el cuarto renglón. ¿Cuál de los dos tiene razón? ¿Cuál de los dos tiene MAS razón? ¿Fuese sentido la pregunta? Los cuatro sistemas de votación considerados arriba: votación simple,



Y yo... ¿por qué?

Curándome en salud

- Física, óptica no lineal, nano-metamateriales, cristales fotónicos...
- Elecciones 2006.
- Broma (98) y matemáticas electorales (09).
- Estudio *manipulabilidad o influenciabilidad.*



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Lic. Godofredo Conta Bais
Presidente
Instituto Electoral de San Indalecio de Arriba

Distinguido Lic. Conta Bais
De acuerdo a sus precisas instrucciones, hemos realizado un
sondeo entre los habitantes de...



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Lic. Godofredo Conta Bais

Presidente

Instituto Electoral de San Indalecio de Arriba

Distinguido Lic. Conta Bais

De acuerdo a sus precisas instrucciones, hemos realizado un sondeo entre los habitantes de...

Preferencias electorales de los habitantes de...

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	Primera Opción
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Segunda Opción
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	Tercera Opción
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Preferencias electorales de los habitantes de...

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	Primera Opción
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Segunda Opción
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	Tercera Opción
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje

... le recomendamos lleve a cabo una votación sencilla para que gane *A* con 48% de los votos...



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Preferencias electorales de los habitantes de...

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	Primera Opción
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Segunda Opción
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	Tercera Opción
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje

o lleve a cabo una elección a dos vueltas



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Preferencias electorales de los habitantes de...

<i>A</i>	<i>B</i>	Primera Opción
...	Segunda Opción
...	Tercera Opción
...	Cuarta Opción
48%	52%			Porcentaje

o lleve a cabo una elección a dos vueltas para eliminar a *C* y a *D* en la primera vuelta, transfiriendo sus votos a *B*, quien ganaría con 52%...



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Preferencias electorales de los habitantes de...

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	Primera Opción
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Segunda Opción
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	Tercera Opción
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje

o realice eliminatorias, eliminando a *D*,



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Preferencias electorales de los habitantes de...

A	B	C	...	Primera Opción
D	D	Segunda Opción
C	C	Tercera Opción
B	A	Cuarta Opción
48%	24%	28%	...	Porcentaje

o realice eliminatorias, eliminando a D ,



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Preferencias electorales de los habitantes de...

A	B	C	...	Primera Opción
D	D	Segunda Opción
C	C	Tercera Opción
B	A	Cuarta Opción
48%	24%	28%	...	Porcentaje

o realice eliminatorias, eliminando a D , y luego a B ,



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Preferencias electorales de los habitantes de...

A	...	C	...	Primera Opción
D	Segunda Opción
C	Tercera Opción
B	Cuarta Opción
48%	...	52%	...	Porcentaje

o realice eliminatorias, eliminando a D , y luego a B , para que gane C con 52%



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Preferencias electorales de los habitantes de...

3A	3B	3C	3D	Primera Opción
2D	2D	2B	2C	Segunda Opción
1C	1C	1D	1B	Tercera Opción
0B	0A	0A	0A	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje

o haga una votación ponderada



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

Preferencias electorales de los habitantes de...

3A	3B	3C	3D	Primera Opción
2D	2D	2B	2C	Segunda Opción
1C	1C	1D	1B	Tercera Opción
0B	0A	0A	0A	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje

o haga una votación ponderada para que gane D con
 $(2 \times 48\% + 2 \times 24\% + 1 \times 20\% + 3 \times 8\%) / (3 + 2 + 1) = 31.3\%$
vs. C (24%)...



Matemáticas Electorales

La Unión de Morelos, 22/VI/09 p. 34 (idea robada a JA Paulos)

... me despido de Ud. con el deseo de que el análisis anterior le sea útil para elegir **democráticamente** al candidato que Ud. prefiera.

Atentamente,
(Firma ilegible)
Lic. Eudoxio Encues Tabas



Matemáticas Electorales

Ambigüedades

Cuatro sistemas sencillos y comunes ¡arrojan cuatro resultados distintos al aplicarse a la **misma** tabla de preferencias! ¿Cual es el correcto?

Preferencias electorales de los habitantes de...

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	Primera Opción
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Segunda Opción
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	Tercera Opción
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje

- ¿Debe **ganar** *A* por ser favorito del 48%?
- ¿o debe **perder** pues el 52% lo detesta?



Matemáticas Electorales

Ambigüedades

Cuatro sistemas sencillos y comunes ¡arrojan cuatro resultados distintos al aplicarse a la **misma** tabla de preferencias! ¿Cual es el correcto?

Preferencias electorales de los habitantes de...

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	Primera Opción
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Segunda Opción
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	Tercera Opción
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje

- ¿Debe **ganar** *A* por ser favorito del 48%?
- ¿o debe **perder** pues el 52% lo detesta?



Matemáticas Electorales

Ambigüedades

Cuatro sistemas sencillos y comunes ¡arrojan cuatro resultados distintos al aplicarse a la **misma** tabla de preferencias! ¿Cual es el correcto?

Preferencias electorales de los habitantes de...

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	Primera Opción
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Segunda Opción
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	Tercera Opción
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje

- ¿Debe **ganar** *A* por ser favorito del 48%?
- ¿o debe **perder** pues el 52% lo detesta?



Matemáticas Electorales

Ambigüedades

Cuatro sistemas sencillos y comunes ¡arrojan cuatro resultados distintos al aplicarse a la **misma** tabla de preferencias! ¿Cual es el correcto?

Preferencias electorales de los habitantes de...

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	Primera Opción
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Segunda Opción
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	Tercera Opción
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	Cuarta Opción
48%	24%	20%	8%	Porcentaje

- ¿Debe **ganar** *A* por ser favorito del 48%?
- ¿o debe **perder** pues el 52% lo detesta?



Matemáticas Electorales

Teorema de Arrow

- Elecciones=método para establecer las preferencias de la *sociedad* a partir de las preferencias de sus *miembros*,
- Debería:
 - 1 Respetar consensos.
 - 2 Ser insensible a alternativas irrelevantes.
 - 3 No haber dictador.
- Teorema de Arrow (Kenneth J. Arrow). *Es imposible.*



Matemáticas Electorales

Teorema de Arrow

- Elecciones=método para establecer las preferencias de la *sociedad* a partir de las preferencias de sus *miembros*,
- Debería:
 - 1 Respetar consensos.
 - 2 Ser insensible a alternativas irrelevantes.
 - 3 No haber dictador.
- Teorema de Arrow (Kenneth J. Arrow). *Es imposible.*



Estadísticas Electorales

Incertidumbre y Errores

Incertidumbre y errores en las elecciones de 2006, W. Luis Mochán, Ciencias **84**, 39 (2006).

- *Contar*, a diferencia de *medir* es exacto a menos que haya errores.
- ¿Cómo cuantificarlos? Con *redundancia*.
- Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Boletas en urna} &= \sum \text{votos a cada candidato} \\ &+ \text{no registrados} + \text{anulados} \\ &= \text{Sellos en lista nominal} \\ &= \text{Boletas recibidas} - \text{sobrantes} \end{aligned}$$



Estadísticas Electorales

Incertidumbre y Errores

Incertidumbre y errores en las elecciones de 2006, W. Luis Mochán, Ciencias **84**, 39 (2006).

- *Contar*, a diferencia de *medir* es exacto a menos que haya errores.
- ¿Cómo cuantificarlos? Con *redundancia*.
- Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Boletas en urna} &= \sum \text{votos a cada candidato} \\ &+ \text{no registrados} + \text{anulados} \\ &= \text{Sellos en lista nominal} \\ &= \text{Boletas recibidas} - \text{sobrantes} \end{aligned}$$



Estadísticas Electorales

Incertidumbre y Errores

Incertidumbre y errores en las elecciones de 2006, W. Luis Mochán, Ciencias **84**, 39 (2006).

- *Contar*, a diferencia de *medir* es exacto a menos que haya errores.
- ¿Cómo cuantificarlos? *Con redundancia*.
- Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Boletas en urna} &= \sum \text{votos a cada candidato} \\ &+ \text{no registrados} + \text{anulados} \\ &= \text{Sellos en lista nominal} \\ &= \text{Boletas recibidas} - \text{sobrantes} \end{aligned}$$



Estadísticas Electorales

Incertidumbre y Errores

Incertidumbre y errores en las elecciones de 2006, W. Luis Mochán, Ciencias **84**, 39 (2006).

- *Contar*, a diferencia de *medir* es exacto a menos que haya errores.
- ¿Cómo cuantificarlos? Con *redundancia*.
- Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Boletas en urna} &= \sum \text{votos a cada candidato} \\ &+ \text{no registrados} + \text{anulados} \\ &= \text{Sellos en lista nominal} \\ &= \text{Boletas recibidas} - \text{sobrantes} \end{aligned}$$



Estadísticas Electorales

Incertidumbre y Errores

Incertidumbre y errores en las elecciones de 2006, W. Luis Mochán, Ciencias **84**, 39 (2006).

- *Contar*, a diferencia de *medir* es exacto a menos que haya errores.
- ¿Cómo cuantificarlos? Con *redundancia*.
- Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Boletas en urna} &= \sum \text{votos a cada candidato} \\ &+ \text{no registrados} + \text{anulados} \\ &= \text{Sellos en lista nominal} \\ &= \text{Boletas recibidas} - \text{sobrantes} \end{aligned}$$



Resultados PREP 2006

- En 21% de los registros falta información.
- Depositadas vs. recibidas-sobrantes \Rightarrow 1.5M. (50K regs.)
- Votos vs. sellos \Rightarrow 1.8M. (45K regs.)
- Boletas en urna vs. sellos \Rightarrow 2.4M. (44K regs.)
- Votos vs. boletas en urna \Rightarrow 0.7M. (27K regs.)
- Confusión básicas-contiguas *insuficiente*
- Más de la mitad de las casillas con errores.
- El CD sólo corrigió 4K resultados, errores mostraron sesgo, abrieron 2.9K paquetes.
- ¿Quién ganó?
- La diferencia PAN-CPBT (0.25M) fue *no-significativa*
- Las elecciones ¿se ganan con 1 voto?



Resultados PREP 2006

- En 21% de los registros falta información.
- Depositadas vs. recibidas-sobrantes \Rightarrow 1.5M. (50K regs.)
- Votos vs. sellos \Rightarrow 1.8M. (45K regs.)
- Boletas en urna vs. sellos \Rightarrow 2.4M. (44K regs.)
- Votos vs. boletas en urna \Rightarrow 0.7M. (27K regs.)
- Confusión básicas-contiguas *insuficiente*
- Más de la mitad de las casillas con errores.
- El CD sólo corrigió 4K resultados, errores mostraron sesgo, abrieron 2.9K paquetes.
- ¿Quién ganó?
- La diferencia PAN-CPBT (0.25M) fue *no-significativa*
- Las elecciones ¿se ganan con 1 voto?



Influenciabilidad

Manipulabilidad

(Meta)Estudio de opinión

Éste es un estudio sobre estudios de opinión, cuyos resultados servirán para aprender a interpretar los otros estudios de opinión cuyas encuestas y resultados vemos cotidianamente.

Para cada una de las diez afirmaciones mostradas a continuación, señale si Ud. está más de acuerdo (menos en desacuerdo) o más en desacuerdo (menos de acuerdo). Probablemente algunas afirmaciones le parecerán mal planteadas, sin sentido, ambiguas o mañosas. Aún en ese caso, por favor intente contestar. Al lado de cada opción se muestran los resultados obtenidos en el periodo anterior

El diseño de este estudio se explicará junto con sus resultados, los que serán publicados en esta misma dirección a partir de abril de 2012.

1. El ejército no debe hacer labores que corresponden a la policía.

De acuerdo Van 56%

En desacuerdo Van 44%

2. Los resultados de las encuestas afectan las preferencias electorales.

De acuerdo Van 59%

En desacuerdo Van 41%

3. Debe separarse la basura en inorgánica y orgánica aunque la revuelvan al recogerla.

De acuerdo Van 58%

En desacuerdo Van 42%



- 10 de 20 afirmaciones al azar, 10 de *derecha* y 10 de izquierda.
- \forall pregunta e IP se asigna y muestra la *supuesta* preferencia previa: aceptación izquierda \leftrightarrow derecha (uniforme en 20-80) + fluctuación cada pregunta (uniforme $\pm 12\%$)
- Se registra # pregunta, porcentaje inductor, respuesta, IP.



Afirmaciones

- Se debe permitir al Papa realizar misas en lugares públicos de México (37)
- El debido proceso y el respeto a las leyes son más importantes que mantener a los secuestradores en la cárcel (66)
- Los resultados de las encuestas afectan las preferencias electorales (74)
- Los estudiantes de las universidades públicas no tienen interés en su preparación profesional (9)
- El ejército no debe hacer labores que corresponden a la policía (77)
- La corrupción es peor ahora que hace doce años (62)
- El gobierno debe combatir frontalmente al crimen, aunque su lucha conduzca a violencia y a daños colaterales (26)
- Se debe legalizar el uso de la marihuana (80)
- Si los alumnos reprueban la prueba "enlace", que despidan a sus maestros (23)
- Deben permitirse las manifestaciones aunque produzcan caos vial (53)
- Las universidades deben conseguir sus propios recursos económicos y no depender de nuestros impuestos (12)
- La vida humana inicia al momento mismo de la concepción (32)
- No se debe cobrar IVA a medicinas ni a alimentos (78)
- Se deben aplicar pruebas antidoping a los alumnos de todas las instituciones educativas (27)
- Las mujeres deben vestir de manera discreta en el trabajo (29)
- La ciencia es un lujo que no pueden darse países en desarrollo como el nuestro (4)
- Debe separarse la basura en inorgánica y orgánica aunque la revuelvan al recogerla (74)
- No debe enseñarse religión en las escuelas públicas (91)
- El Tratado de Libre Comercio ha sido benéfico para México (27)
- La obesidad se debe a la adulteración de los alimentos procesados (21)

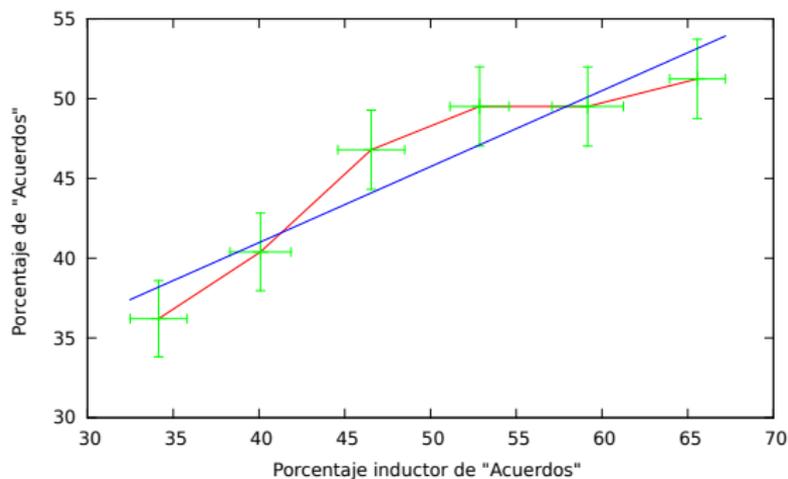


Participación

- Convoqué vía twitter (2), facebook (1) y email (300, junto a anuncio de conciertos de Leika)
- Abrí la página una semana.
- 4090 respuestas (2023 I+2067 D, 85% Méx, 5% EUA, 3% Esp) de 421 cuestionarios y 374 IPs.
- Eliminé inductores <32 y >68 para tener distribución uniforme.
- Eliminé IP's duplicadas.
- Quedaron 2434 respuestas en 6 grupos de $\approx 400+$.



Resultados



- Influenciabilidad $m = 0.48 \pm 0.08$
- Correlación $r = 0.94$.



Conclusiones

- 1 Dada una tabla de preferencias, distintas elecciones sensatas pueden llevar a resultados opuestos \Rightarrow Cuidado con cambiar reglas dadas las preferencias.
- 2 La democracia perfecta es matemáticamente imposible (Arrow).
- 3 La legislación debería ser compatible con la incertidumbre.
- 4 NO deben eliminarse los campos *redundantes* de los resultados electorales; son indispensables para cuantificar el error. (Aguas con IFE).
- 5 Técnicamente, no sabemos quién ganó en el 2006.
- 6 La (percepción de la) aceptación social de una idea influencia nuestras opiniones con un factor ≈ 0.5 .

