Tarea 1

11 de septiembre de 2002

Entregar el miércoles 18

1. ¿Qué distribución de carga puede dar origen al campo eléctrostático $\vec{E}(\vec{r}) = (x - z, y, x)/(x^2 + y^2 + z^2)$?

2. Demuestra las siguiente extensiones de los teoremas de Gauss y de Stokes:
   (a) $\int_{\partial V} d\vec{a}\,\phi = \int_V d^3r \nabla\phi$
   (b) $\int_{\partial V} d\vec{a} \times \vec{F} = \int_V d^3r \nabla \times \vec{F}$
   (c) $\int_{\partial A} d\vec{l} \cdot \vec{F} = \int_A d\vec{a} \cdot \nabla \times \vec{F} = \int_A (d\vec{a} \times \nabla) \cdot \vec{F}$
   (d) $\int_{\partial A} d\vec{l}\phi = \int_A d\vec{a} \times \nabla\phi$
   (e) $\int_{\partial A} d\vec{l} \times \vec{F} = \int_A (d\vec{a} \times \nabla) \times \vec{F}$

   donde $\phi(\vec{r})$ y $\vec{F}(\vec{r})$ son campos escalares y vectoriales arbitrarios. (Puedes dar por conocidos los teoremas de Gauss y de Stokes usuales)

3. Verifica el teorema de Gauss integrando explícitamente el campo $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{r}$ en un cubo de lado L que descansa sobre los planos cartesianos, situado en el primer octante y con un vértice en el origen.

4. Encuentra expresiones para
   (a) la divergencia de un campo vectorial $\vec{F}$,
   (b) para su rotacional,
   (c) para el gradiente de un campo escalar ϕ y
   (d) para su laplaciano

   en coordenadas esféricas y cilíndricas. (parte ya sea de sus definiciones en coordenadas cartesianas o de sus definiciones en términos de integrales)

5. Compara la fuerza eléctrica F_e entre dos electrones situados a una distancia d entre ellos y su fuerza gravitacional F_g.

6. Cuatro cargas $q_1 = 1$esu, $q_2 = 2$esu , $q_3 = 3$esu y $q_4 = 4$esu com masas $m_1 = 1$gr, $m_2 = 2$gr, $m_3 = 3$gr, $m_4 = 4$gr, se sujetan en los vértices $\vec{r}_1 = (d, 0, 0)$, $\vec{r}_2 = (0, d, 0)$, $\vec{r}_3 = (-d, 0, 0)$, $\vec{r}_4 = (0, -d, 0)$ de un cuadrado, donde $d = 1$cm.
   (a) Calcula la fuerza $\vec{F}_1$ que siente q_1.
   (b) Al tiempo $t = 0$ soltamos la partícula 1. ¿Cual es la energía cinética que adquirirá cuando $t \to \infty$?
   (c) Regresamos a la configuración inicial y ahora, al tiempo $t = 0$ soltamos las partícula 1 y 3. ¿Cual es la energía cinética que adquirirá la partícula 1 cuando $t \to \infty$?

7. Calcula el campo eléctrico producido en todo el espacio por una carga distribuida uniformemente en el interior de un cilindro circular recto *infinitamente* largo.

8. Calcula el trabajo que es necesario realizar para distribuir una carga Q uniformemente

   (a) en el interior, o

   (b) en la superficie

   de una esfera de radio R.

9. Cierta distribución de carga genera un potencial $\phi(\vec{r}) = \alpha r^2 e^{-\beta r}$.

   (a) Calcula la carga total encerrada en una esfera de radio R.

   (b) Calcula la densidad de carga $\rho(\vec{r})$.