Modelo Simple de Propagación de Epidemias

W. Luis Mochán Backal

Última actualización: 2009-05-21 21:43

Finalmente creo que entendí lo que significa R_0: De acuerdo a un modelo simplista, el número E de enfermos obedece la siguiente ecuación diferencial: $dE/dt = \alpha SE - \beta E$, donde la constante α es una medida de qué tan rápido un enfermo contagia a un susceptible y de cuantas personas están en contacto con cada enfermo, S es el número total de susceptibles, algo así como la población P completa menos el número I de los que ya se han enfermado en el pasado, i.e., $S = P - I$ y por lo tanto están inmunizados (esto cambiará al haber vacuna) y β es el inverso del tiempo medio de recuperación. El primer término de la ecuación nos dice cuantos nuevos contagios hay por unidad de tiempo, proporcional al número de enfermos que se cruzan en el camino de susceptibles sanos, y el segundo término nos dice cuantos enfermos desaparecen por unidad de tiempo (en general, por curarse). Para completar el modelo se requiere una ecuación para I, que imagino sería algo así como $dI/dt = \alpha SE$, sin el término de desaparición, pues la inmunidad llega para quedarse (o al menos, dura mucho más que la enfermedad). En la etapa inicial, cuando $E, I \ll P$ podemos sustituir $S \to P$ y simplificar $dE/dt = (\alpha P - \beta)E$ y $dI/dt = \alpha PE$. Sus soluciones son exponenciales: $E, I \propto e^{(\alpha P - \beta)t}$. De los datos analizados aquí obtenemos para la pandemia actual de influenza que $\alpha P - \beta = 0.12 - 0.13$ por día.

El número de personas contagiadas por un enfermo por unidad de tiempo es $1/E dI/dt = \alpha S$. Luego, en el tiempo $1/\beta$ en que se recupera, cada enfermo contagia a $R = \alpha S/\beta$ personas. Al iniciio de una epidemia, $S = P$ y $R_0 = \alpha P/\beta$. Se dice que $R_0 \approx 1.4$, de donde obtenemos que el tiempo de recuperación es $1/\beta = (R_0 - 1)/(\alpha P - \beta) \approx 3$ días.

De acuerdo al modelo de arriba, el número de enfermos deja de crecer ($dE/dt = 0$) cuando $\alpha S - \beta = 0$, i.e., cuando $I = (\alpha P - \beta)/\alpha = P(1 - 1/R_0)$. Si $R_0 = 1.4$, entonces $I \approx 0.3P$, es decir, necesitamos aproximadamente treinta millones de inmunizados. A falta de vacunas, el número de enfermos va a crecer hasta que su número acumulado alcance al 30% de la población. Con una mortandad de uno en mil, como otras influenzas, tendremos treinta mil muertos para ese entonces.

Sería interesante resolver el sistema acoplado de ecuaciones y compararlo con los datos disponibles.

Me imagino que el modelo de arriba tiene serias deficiencias. Entre otras, el tratar a la población como homogenea y al contagio como si cualquier persona pudiera contagiar a cualquier otra. Una corrección interesante ha de ser la de la geografía: Podemos tener un pueblito donde ya se saturó el contagio y el número de enfermos dejó de crecer al lado de otro pueblo donde nadie ha enfermado aún y todos son susceptibles, siempre y cuando haya poco contacto entre habitantes de ambos pueblos. Imagino que debido a ello la saturación se da antes de lo que prediciría el modelito de arriba. Otros elementos que faltan son las variaciones de clima, campañas de vacunación y las medidas de emergencia sanitaria.